

### Exercice 1 :

- 1) Déterminer la fonction affine  $f$  tel que  $f(0) = 1$  et  $f(3) = 7$ .
- 2) Déterminer la fonction affine  $g$  tel que  $g(1) = -1$  et  $g(2) = -4$ .
- 3) Tracer dans un repère les fonctions  $f$  et  $g$ .
- 4) a) A partir de la représentation graphique, déterminer les images de 1 et 3 par  $f$ , puis les antécédents de -1 et 5 par  $g$ .  
b) Contrôler par le calcul.

### Exercice 2 :

On donne trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  telles que :

-  $f(x) = x(2x + 3) - 2x^2 + 2$

-  $g(x) = \frac{3}{2x} + 10$

-  $h(x) = (3x - 2)^2 - (3x + 1)^2$

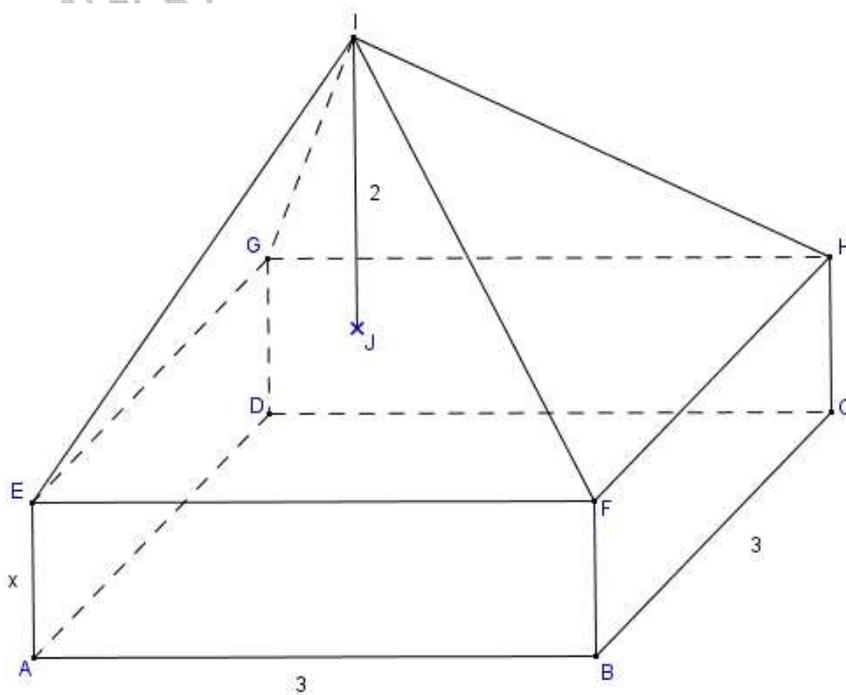
Sont-elles des fonctions affines ?

Si oui, préciser leur coefficient directeur.

Si non, expliquer pourquoi.

### Exercice 3 : (Brevet Orléans – Tours 1990)

Un solide est constitué d'une pyramide de 2 cm de hauteur et d'un pavé droit (comme sur la figure ci-dessous). Le pavé a une base carrée de 3 cm de côté et une hauteur de  $x$  cm.



- 1) Exprimer en  $cm^3$ , en fonction de  $x$ , le volume  $V(x)$  du solide.
- 2) Représenter dans un repère orthogonal la fonction affine définie par  $V(x) = 9x + 6$  pour  $x$  compris entre 0 et 6. On prendra en abscisse 1 cm pour représenter 1cm, et en ordonnée 1 cm pour représenter  $5 cm^3$ .
- 3) A l'aide du graphique, déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles le volume du solide est compris entre  $33 cm^3$  et  $60 cm^3$ .

**Exercice 4 : (Brevet Nancy – Metz 1991)**

Les élèves de 3<sup>ième</sup> C décident de vendre des croissants à domicile pour financer leur voyage de fin d'année. Le montant facturé comprend le prix de la marchandise, auquel s'ajoute une somme fixe pour la livraison. On sait que 4 croissants livrés coûtent 19 F et 10 croissants livrés 37 F. (Oui... Les prix sont en francs... C'est un sujet de 1991...!)

On désigne par  $x$  le nombre de croissants.

a) Dessiner la représentation graphique de cette fonction affine.

Echelle :

- nombre de croissants en abscisse : 1 cm par croissant
- Prix en ordonnée : 1 cm pour 5 F

b) Par lecture graphique, estimer le prix de 12 croissants livrés.

c) Déterminer, en fonction de  $x$ , le prix facturé  $f(x)$ . Quel est le montant de la livraison ?

d) Retrouver par le calcul le prix des 12 croissants, livraison comprise.

### Corrigé 1 :

1)  $f$  est une fonction affine donc  $f(x) = ax + b$ .

D'après la propriété des accroissements, on a :

$$\frac{f(0) - f(3)}{0 - 3} = a$$

$$a = \frac{1 - 7}{-3}$$

$$a = \frac{-6}{-3}$$

$$a = 2$$

Donc  $f(x) = 2x + b$ .

Or  $f(0) = 1$  donc  $1 = 2 \times 0 + b$  c'est-à-dire  $b = 1$

On en déduit que  $f(x) = 2x + 1$ .

Remarque 1 : ici,  $b$  peut-être trouvé immédiatement car l'énoncé nous donne  $f(0) = 1$ . Comme  $b$  est l'ordonnée à l'origine, on en déduit immédiatement que  $b = 1$ .

Remarque 2 : la fonction affine  $f$  peut aussi être déterminée par le système d'équation suivant :  $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(3) = 7 \end{cases}$ ,

c'est-à-dire  $\begin{cases} a \times 0 + b = 1 \\ a \times 3 + b = 7 \end{cases}$ . On trouve alors le même résultat.

2)  $g$  est une fonction affine donc  $g(x) = ax + b$ .

D'après la propriété des accroissements, on a :

$$\frac{g(2) - g(1)}{2 - 1} = a$$

$$a = \frac{-4 - (-1)}{1}$$

$$a = -4 + 1$$

$$a = -3$$

Donc  $g(x) = -3x + b$ .

Or  $g(1) = -1$  donc  $-1 = -3 \times 1 + b$

$$-1 = -3 + b$$

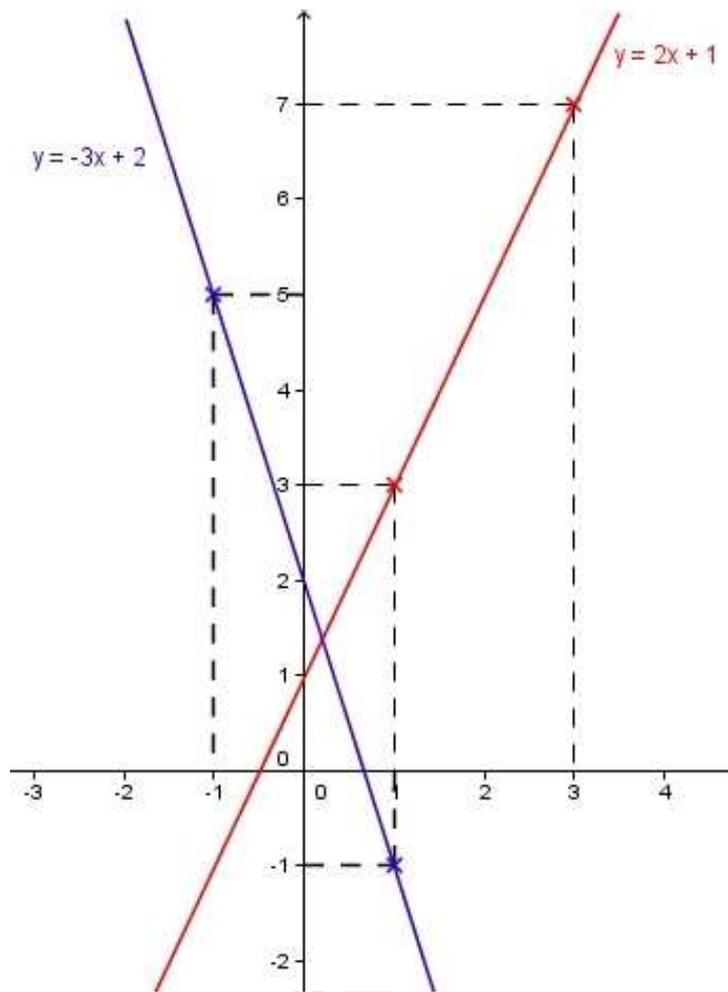
$$b = -1 + 3$$

$$b = 2$$

On en déduit que  $g(x) = -3x + 2$ .

3) + 4) a) La droite représentant  $f$  passe par les points A(0 ; 1) et B(3 ; 7).

La droite représentant  $g$  passe par les points C(1 ; - 1) et D(2 ; - 4).



L'image de 1 par  $f$  est 3 et l'image de 3 par  $f$  est 7.

L'antécédent de -1 par  $g$  est 1 et l'antécédent de 5 par  $g$  est -1.

Remarque : la question 1) nous donnait directement l'image de 3 par  $f$  et l'antécédent de -1 par  $g$ .

b)  $f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$        $f(3) = 2 \times 3 + 1 = 7$

$$g(x) = -1$$

$$-3x + 2 = -1$$

$$-3x = -1 - 2$$

$$-3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-3}$$

$$x = 1$$

$$g(x) = 5$$

$$-3x + 2 = 5$$

$$-3x = 5 - 2$$

$$-3x = 3$$

$$x = \frac{3}{-3}$$

$$x = -1$$

On retrouve bien les mêmes résultats.

## Corrigé 2 :

$$f(x) = x(2x + 3) - 2x^2 + 2$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 2x^2 + 2$$

$$f(x) = 3x + 2$$

$f$  est donc une fonction affine de coefficient directeur 3.

$$g(x) = \frac{3}{2x} + 10$$

$$g(x) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{x} + 10$$

$g$  n'est pas une fonction affine car elle n'est pas de la forme  $g(x) = ax + b$ .

$$h(x) = (3x - 2)^2 - (3x + 1)^2$$

$$h(x) = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - [(3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2]$$

$$h(x) = 9x^2 - 12x + 4 - (9x^2 + 6x + 1)$$

$$h(x) = 9x^2 - 12x + 4 - 9x^2 - 6x - 1$$

$$h(x) = -18x + 3$$

$h$  est donc une fonction affine de coefficient directeur  $-18$ .

**Remarque :** On pouvait développer  $h$  à l'aide d'une identité remarquable :

$$h(x) = (3x - 2)^2 - (3x + 1)^2$$

$$h(x) = (3x - 2 + 3x + 1)[3x - 2 - (3x + 1)]$$

$$h(x) = (6x - 1)(3x - 2 - 3x - 1)$$

$$h(x) = (6x - 1) \times (-3)$$

$$h(x) = -3 \times 6x + 3 \times 1$$

$$h(x) = -18x + 3$$

Et on obtient le même résultat !

### Corrigé 3 :

1) Soit  $V$  le volume totale du solide,  $V'$  le volume du pavé ABCDEFGH et  $V''$  le volume de la pyramide EFGHI.

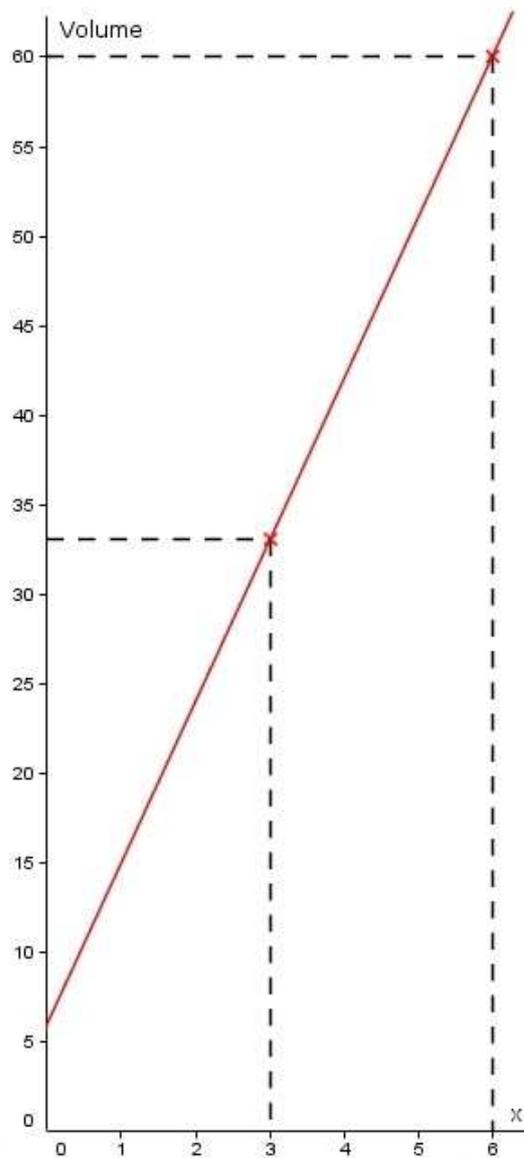
On a  $V = V' + V''$

$$V = AB^2 \times AE + \frac{1}{3} \times EF^2 \times IJ$$

$$V = 3^2 \times x + \frac{3^2 \times 2}{3}$$

$$V = 9x + 6 \text{ cm}^2$$

2) + 3)

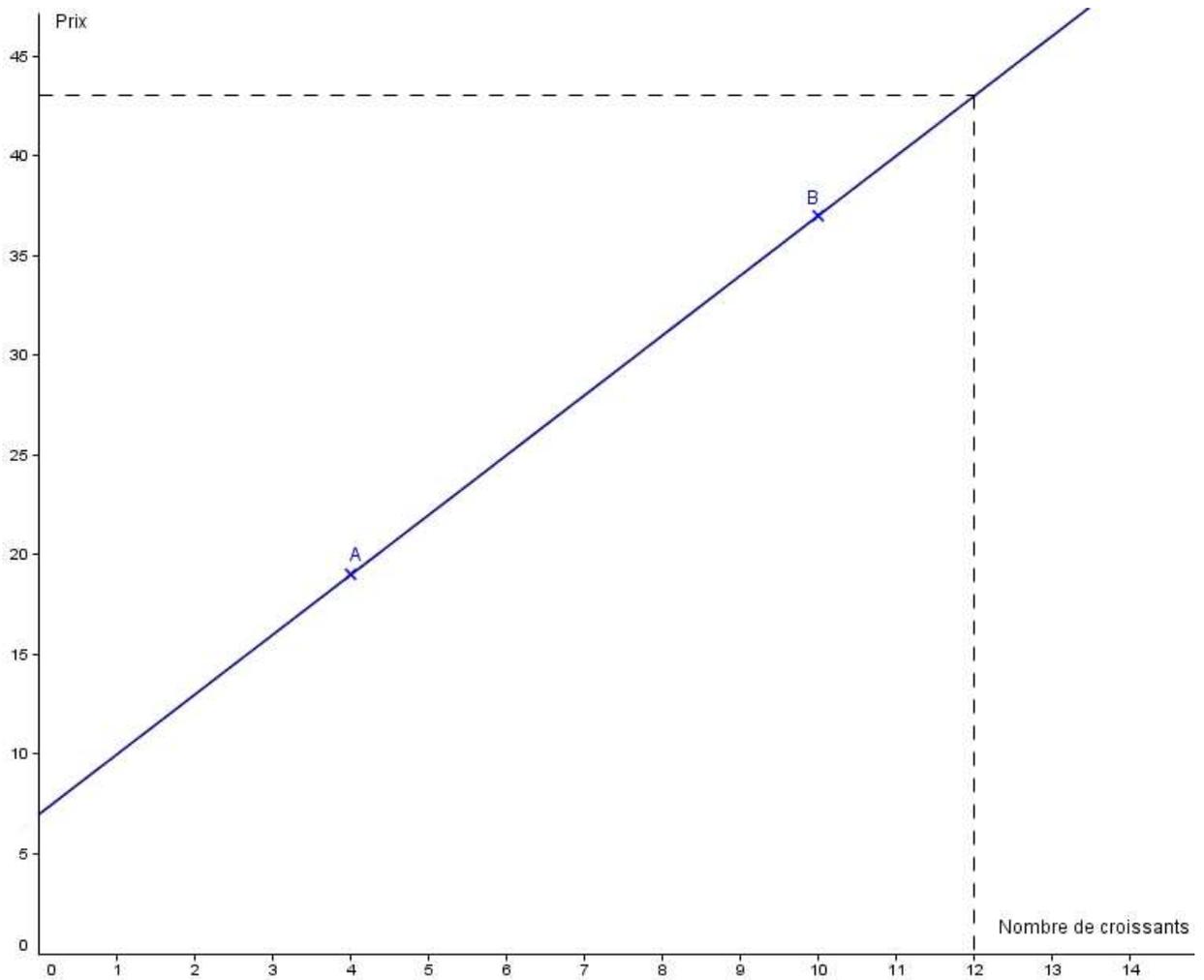


D'après le graphique, on en déduit que le volume du solide est compris entre  $33 \text{ cm}^3$  et  $60 \text{ cm}^3$  lorsque  $x$  est compris entre 3 et 6.

Remarque : Comme par hasard, vous retrouvez le résultat de la question 1 à la question 2... A méditer...

### Corrigé 4 :

a) + b) La droite représentant la fonction affine passe par les points A(4 ; 19) et B(10 ; 37)



D'après le graphique, le prix de 12 croissants livrés est de 43 francs.

c) On sait que  $f(4) = 19$  et  $f(10) = 37$ .

$f$  est une fonction affine donc  $f(x) = ax + b$ .

D'après la propriété des accroissements, on a :

$$\frac{f(10) - f(4)}{10 - 4} = a$$

$$a = \frac{37 - 19}{6}$$

$$a = \frac{18}{6}$$

$$a = 3$$

Donc  $f(x) = 3x + b$ .

Or  $f(4) = 19$  donc  $19 = 3 \times 4 + b$

$$b = 19 - 12$$

$$b = 7$$

On en déduit que  $f(x) = 3x + 7$ .

Le montant de la livraison est donc de 7 francs.

**d)**  $f(12) = 3 \times 12 + 7 = 43$ .

Le prix de 12 croissants, livraison comprise, est donc de 43 francs.

<http://flouretmaths.jimda.com>