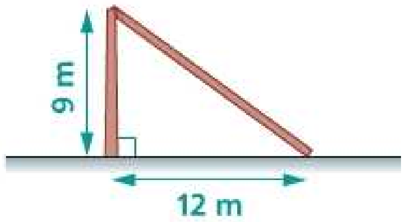
Exercice 1:

A la suite d'une tornade, un poteau s'est brisé.
Quelle était la hauteur de ce poteau avant la tornade ?

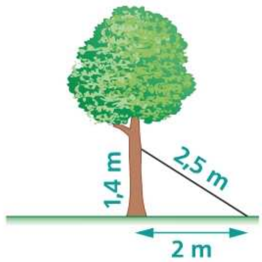


Exercice 2:

Le stade Chaban-Delmas est un rectangle de 105 m sur 72 m. Calculer la longueur en mètre d'une diagonale de ce terrain arrondie au centimètre.

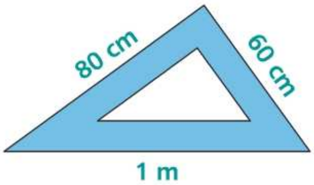
Exercice 3:

Cet arbuste vient d'être planté sur un terrain supposé horizontale.
Est-il bien verticale ?



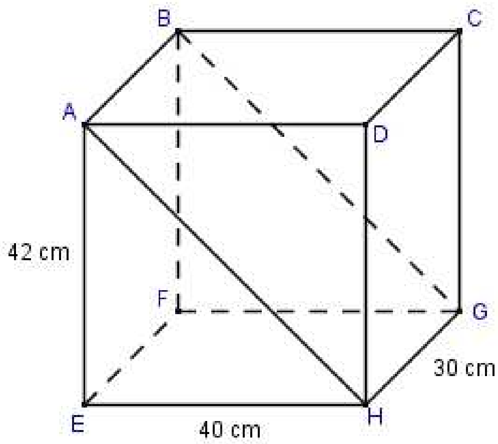
Exercice 4:

Monsieur Flouret a fabriqué l'objet ci-contre.
Peut-il s'en servir comme équerre ? Justifier.



Exercice 5:

ABCDEFGH est un cube.
On a découpé le parallélépipède rectangle ci-dessous selon le rectangle ABGH.
Quel est le périmètre en cm de ce rectangle ?



Exercice 6:

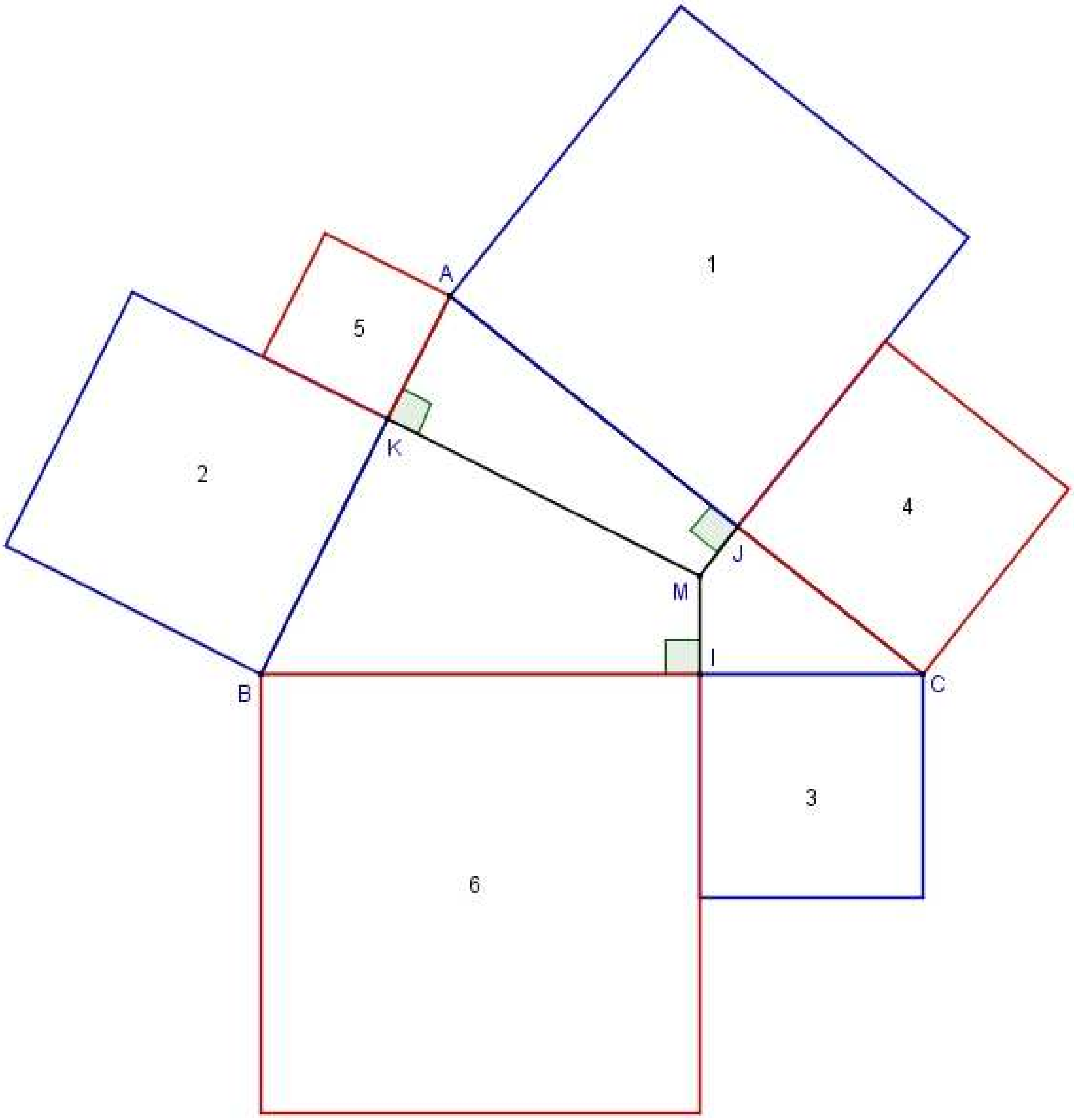
Démontrer la propriété suivante :

Si ABC est un triangle rectangle en A, et si H est le point de [BC] tel que les droites (AH) et (BC) soient perpendiculaires, alors $AB^2 - AC^2 = HB^2 - HC^2$

Problème :

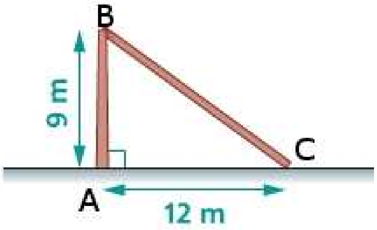
Le point M est à l’intérieur du triangle ABC. On construit les points I, J, K comme sur le dessin ci-contre.
On construit ensuite, comme indiqué, 6 carrés à l’extérieur du triangle.
Comparer les sommes des aires des carrés 1, 2, 3 d’une part, et des carrés 4, 5, 6 d’autre part.

Piste : on pourra tracer les segments [MA], [MB] et [MC] puis appliquer un théorème bien connu 6 fois.



Corrigé 1 :

La présence d'un triangle rectangle est flagrante. Notons le ABC. La hauteur du poteau est donc égale à $AB + BC$. Calculons BC .



Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 9^2 + 12^2$$
$$BC^2 = 81 + 144$$
$$BC^2 = 225$$
$$BC = \sqrt{225}$$
$$BC = 15\,m$$

Or $AB + BC = 9 + 15 = 24$.
Finalement, la hauteur du poteau est de 24 mètres.

Corrigé 2 :

Le stade Chaban-Delmas peut-être représenté par un rectangle que l'on notera ABCD. [BD] est donc une diagonale de ce rectangle. Calculons BD .

ABD est un triangle rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

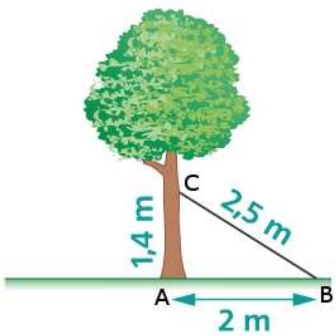
$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$
$$BD^2 = 72^2 + 105^2$$
$$BD^2 = 5184 + 11025$$
$$BD^2 = 16209$$
$$BD = \sqrt{16209}$$
$$BD \approx 127{,}31m$$

La longueur en mètre d'une diagonale de ce terrain arrondie au centimètre est donc de 127,31 m.

Corrigé 3 :

Notons ABC le triangle ci-contre.
Le but est de savoir si ce triangle est rectangle en A.

Le côté [BC] est le plus long du triangle.
On a $BC^2 = 2.5^2 = 6.25$



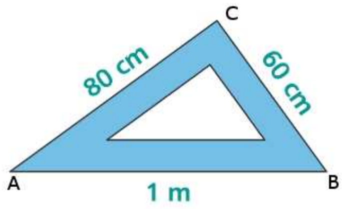
De plus, $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 1.4^2 = 4 + 1.96 = 5.96$

On constate que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

Le triangle ABC n'est donc pas rectangle en A.
L'arbuste n'est donc pas vertical.

Corrigé 4 :

Le but de l'exercice est de savoir si le triangle ABC est rectangle en C.



[AB] est le côté le plus long du triangle car $1m = 100cm$.

On a $AB^2 = 100^2 = 10\,000$
De plus, $CA^2 + CB^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600 = 10\,000$

On constate que $AB^2 = CA^2 + CB^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle en C.

Monsieur Flouret peut donc ce servir de cet objet comme équerre.

Corrigé 5 :

Pour pouvoir calculer le périmètre de ABGH, il faut que l'on connaisse la longueur de ce rectangle.

Le triangle AEH est rectangle en E car AEHD est un carré.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

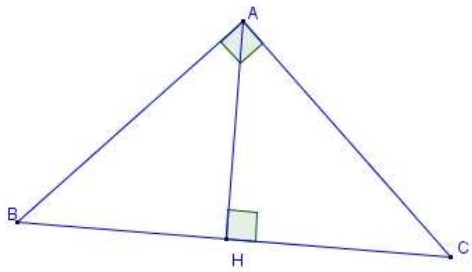
$$AH^2 = AE^2 + EH^2$$
$$AH^2 = 42^2 + 40^2$$
$$AH^2 = 1764 + 1600$$
$$AH^2 = 3364$$
$$AH = \sqrt{3364}$$
$$AH = 58cm$$

On a $P_{ABGH} = 2 \times AH + 2 \times GH$
$$P_{ABGH} = 2 \times 58 + 2 \times 30$$
$$P_{ABGH} = 116 + 60$$
$$P_{ABGH} = 176cm$$

Corrigé 6 :

Il faut faire un dessin ! On se rend vite compte que H est en fait le pied de la hauteur issue de A.

Il y a 3 triangles rectangles qui entrent en jeu. Nous allons appliquer le seul théorème que nous pouvons utiliser ici.



ABH est un triangle rectangle en H.
ACH est un triangle rectangle en H.
ABC est un triangle rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on en déduit que :
$AB^2 = AH^2 + HB^2$, $AC^2 = AH^2 + HC^2$, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

La 3ième égalité n'est pas très intéressante car nous voulons un résultat faisant intervenir le point H.

Soustrayons membre à membre les 2 premières égalités.

On a donc $AB^2 - AC^2 = AH^2 + HB^2 - \left(AH^2 + HC^2\right)$

$$AB^2 - AC^2 = AH^2 + HB^2 - AH^2 - HC^2$$

$$AB^2 - AC^2 = HB^2 - HC^2$$

On obtient bien le résultat demandé.

Problème :

Appliquons le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AMJ, AKM, KBM, MBI, ICM et MCJ :

$MA^2 = MJ^2 + JA^2$ $\quad MB^2 = MI^2 + BI^2$
$MA^2 = MK^2 + KA^2$ $\quad MC^2 = MI^2 + IC^2$
$MB^2 = MK^2 + KB^2$ $\quad MC^2 = MJ^2 + JC^2$.

On a : Aire carré 1 $= JA^2$ $\quad$ Aire carré 4 $= JC^2$
Aire carré 2 $= KB^2$ $\quad$ Aire carré 5 $= AK^2$
Aire carré 3 $= IC^2$ $\quad$ Aire carré 6 $= BI^2$

Or : $JA^2 = MA^2 - MJ^2$ $\quad JC^2 = MC^2 - MJ^2$
$KB^2 = MB^2 - MK^2$ $\quad KA^2 = MA^2 - MK^2$
$IC^2 = MC^2 - MI^2$ $\quad BI^2 = MB^2 - MI^2$

On a donc :

Aire carré 1 + Aire carré 2 + Aire carré 3 $= JA^2 + KB^2 + IC^2 = MA^2 + MB^2 + MC^2 - MI^2 - MJ^2 - MK^2$
Aire carré 4 + Aire carré 5 + Aire carré 6 $= JC^2 + AK^2 + BI^2 = MA^2 + MB^2 + MC^2 - MI^2 - MJ^2 - MK^2$

On en déduit que la somme des aires des carrés 1, 2, 3 est égale à la somme des aires des carrés 4, 5, 6.