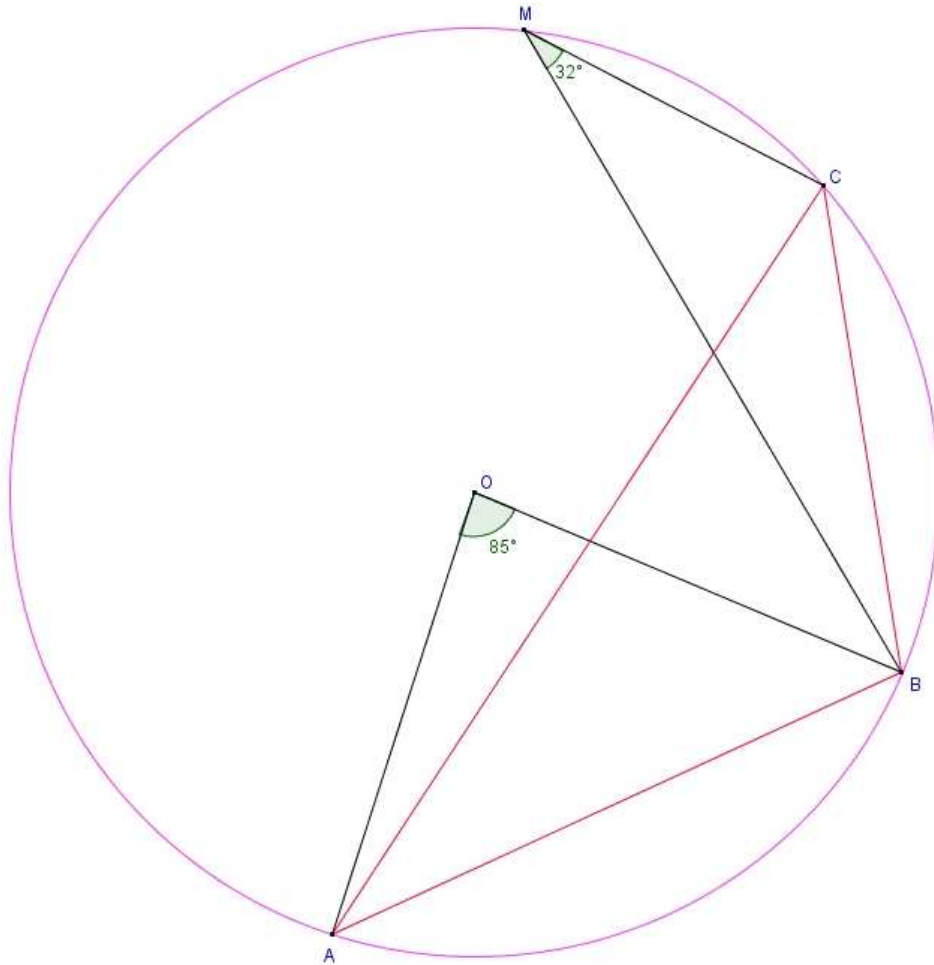


Exercice 1 :

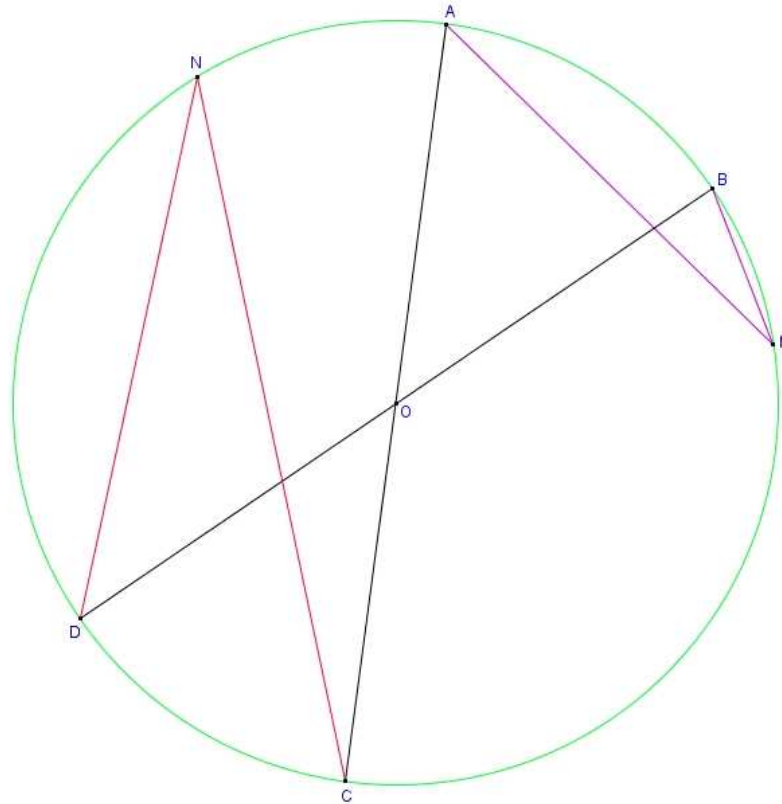
En considérant la figure ci-après, calculer les mesures des angles du triangle ABC.



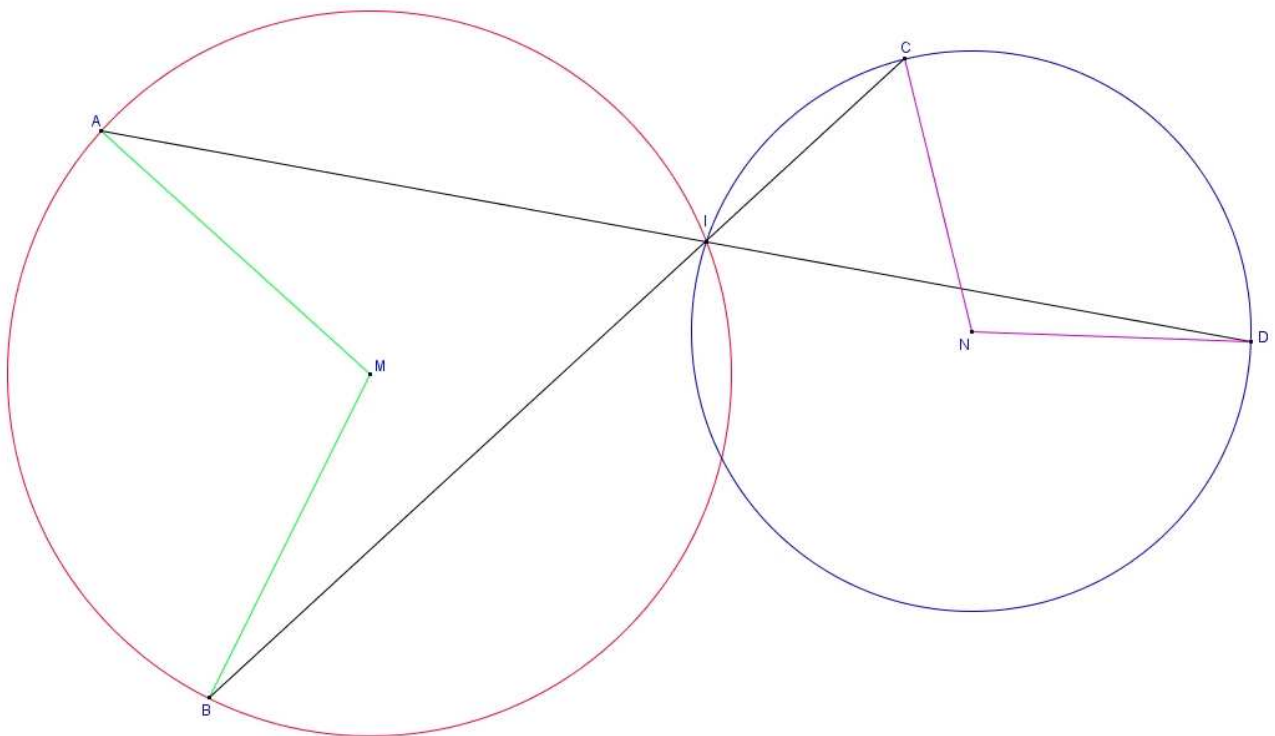
**Exercice 2 :**

Prouver dans les 2 cas que  $\widehat{AMB} = \widehat{CND}$

**1<sup>er</sup> cas :** O est le centre du cercle

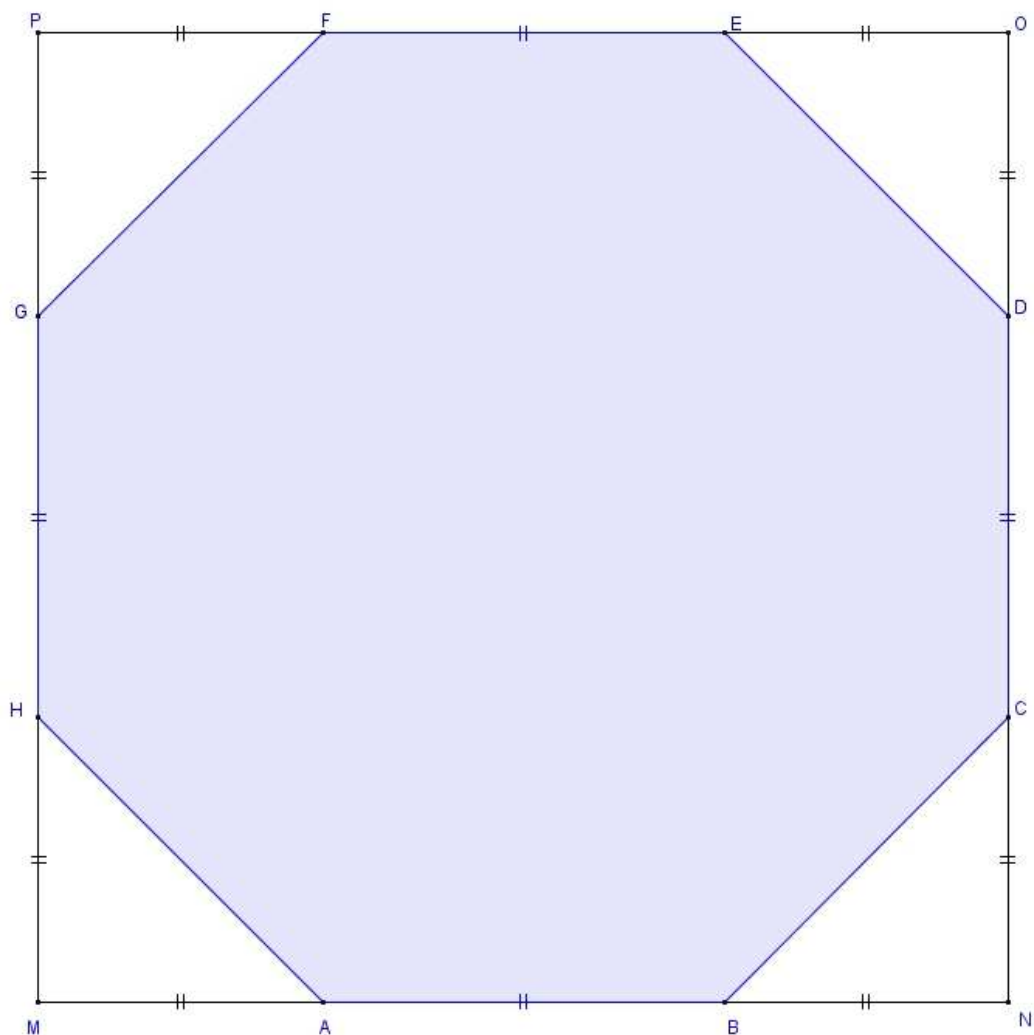


**2<sup>ième</sup> cas :** M et N sont les centres des cercles



**Exercice 3 :** (Brevet National 2010)

On considère la figure ci-dessous :



MNOP est un carré de côté 9 cm.

- 1) Calculer  $AH$ .
- 2) L'octogone ABCDEFGH est-il un octogone régulier ? Justifier la réponse.
- 3) Calculer l'aire de l'octogone ABCDEFGH.
- 4) Soit S le point d'intersection des diagonales du carré MNOP.

Le disque de centre S et de diamètre 9 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone ?

### Corrigé 1 :

$\widehat{AOB}$  est l'angle au centre associé à l'angle inscrit  $\widehat{ACB}$ .

D'après le théorème de l'angle inscrit, on en déduit que  $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$

$$\text{Or } \widehat{AOB} = 85^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 85$$

$$\widehat{ACB} = 42,5^\circ$$

Les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{BMC}$  interceptent le même arc donc  $\widehat{BAC} = \widehat{BMC}$

$$\text{Or } \widehat{BMC} = 32^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{BAC} = 32^\circ$$

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$

$$\text{Donc } \widehat{ACB} + \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 180^\circ$$

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (\widehat{ACB} + \widehat{BAC})$$

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (42,5 + 32)$$

$$\widehat{ABC} = 105,5^\circ$$

### Corrigé 2 :

#### 1<sup>er</sup> cas :

$\widehat{COD}$  est l'angle au centre associé à l'angle inscrit  $\widehat{CND}$ .

D'après le théorème de l'angle inscrit, on a  $\widehat{CND} = \frac{1}{2} \widehat{COD}$

Les angles  $\widehat{COD}$  et  $\widehat{AOB}$  sont opposés par le sommet donc  $\widehat{COD} = \widehat{AOB}$

L'angle  $\widehat{AOB}$  est l'angle au centre associé à l'angle inscrit  $\widehat{AMB}$ .

D'après le théorème de l'angle inscrit, on a  $\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$

$$\text{Or } \widehat{COD} = \widehat{AOB}$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2} \widehat{COD} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} \text{ c'est-à-dire } \widehat{CND} = \widehat{AMB}$$

2<sup>ème</sup> cas :

$\widehat{CND}$  est l'angle au centre associé à l'angle inscrit  $\widehat{CID}$ .

D'après le théorème de l'angle inscrit, on en déduit que  $\widehat{CID} = \frac{1}{2} \widehat{CND}$

Les angles  $\widehat{CID}$  et  $\widehat{AIB}$  sont opposés par le sommet donc  $\widehat{CID} = \widehat{AIB}$

$\widehat{AMB}$  est l'angle au centre associé à l'angle inscrit  $\widehat{AIB}$ .

D'après le théorème de l'angle inscrit, on en déduit que  $\widehat{AIB} = \frac{1}{2} \widehat{AMB}$

Or  $\widehat{CID} = \widehat{AIB}$

Donc  $\frac{1}{2} \widehat{CND} = \frac{1}{2} \widehat{AMB}$  c'est-à-dire  $\widehat{CND} = \widehat{AMB}$ .

Corrigé 3 :

1) MNOP est un carré donc MAH est un triangle rectangle en M.

$$\text{On a } MA = MH = \frac{MN}{3} = \frac{9}{3} = 3\text{cm}$$

MAH est un triangle rectangle en M.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AH^2 = MH^2 + MA^2$$

$$AH^2 = 3^2 + 3^2$$

$$AH^2 = 9 + 9$$

$$AH^2 = 18$$

$$AH = \sqrt{18}$$

$$AH = \sqrt{9 \times 2}$$

$$AH = \sqrt{9} \sqrt{2}$$

$$AH = 3\sqrt{2}\text{cm}$$

2) Le polygone ABCDEFGH n'est pas un polygone régulier car tous ses côtés n'ont pas la même longueur. En effet, on a par exemple  $AH \neq AB$ .

3) Les triangles PGF, MAH, BNC et DOE sont clairement superposables. Ils ont donc la même aire.

Soit  $\mathcal{A}'$  l'aire du carré MNOP et  $\mathcal{A}$  l'aire du polygone ABCDEFGH.

On a  $\mathcal{A} = \mathcal{A}' - 4A_{MAH}$

$$\begin{aligned} \text{Or } \mathcal{A}' &= MN^2 & \text{et } A_{MAH} &= \frac{MA \times MH}{2} \\ \mathcal{A}' &= 9^2 & A_{MAH} &= \frac{3 \times 3}{2} \\ \mathcal{A}' &= 81 \text{ cm}^2 & A_{MAH} &= 4,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

On en déduit que  $\mathcal{A} = 81 - 4 \times 4,5$

$$\mathcal{A} = 63 \text{ cm}^2$$

L'aire de l'octogone est donc de 63 cm<sup>2</sup>.

4) Soit  $\mathcal{A}$  l'aire du disque.

On a  $\mathcal{A} = \pi R^2$

$$\mathcal{A} = \pi \times 4,5^2$$

$$\mathcal{A} \approx 63,6 \text{ cm}^2$$

Comme  $63,6 > 63$ , on en déduit que l'aire du disque est supérieure à l'aire de l'octogone.